

Hallar el determinante de la matriz $|A+B|$

Hallar
 $|A+B|$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$A \ 3 \times 3$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$B \ 3 \times 3$

Solución del ejercicio

Por definición, en algebra lineal, toda matriz de orden cuadrado tiene determinante, es decir, una matriz tiene determinante si y solo si es de orden cuadrático, o sea, 1×1 , 2×2 , 3×3 , 4×4 , 5×5 , etc...

El determinante de una matriz se denota como $|A|$ o $\det A$, siendo A una matriz cuadrada $|A|_{n \times n}$ y el resultado es un escalar positivo o negativo según el cálculo realizado con sus elementos.

Si $A = [(a_{11} \ a_{12} \ a_{13}), (a_{21} \ a_{22} \ a_{23}), (a_{31} \ a_{32} \ a_{33})]_{n \times n}$ donde $n = 3$ entonces $|A| = \{ a_{11} * [(a_{22} * a_{33}) - (a_{23} * a_{32})] \} - \{ a_{12} * [(a_{21} * a_{33}) - (a_{23} * a_{31})] \} + \{ a_{13} * [(a_{21} * a_{32}) - (a_{22} * a_{31})] \}$, es decir el determinante de una matriz de orden 3×3 es el producto de cada elemento de la primera fila por el respectivo determinante interno de 2×2 . Este determinante interno se obtiene cancelando toda la fila y columna donde se encuentra el elemento actual. Los signos de cada elemento de la primera fila son alternados. Este proceso resume el cálculo de los cofactores de cada elemento de la primera fila y la matriz adjunta.

Las propiedades básicas más comunes que maneja el cálculo de determinantes es el producto por escalar. Observe que la matrices A+B representan una matriz triangular inferior por lo que el determinante por teorema será la suma del producto de cada elemento de la diagonal principal.

Entonces, hallando el determinante a las matrices A+B se tiene:

$$\begin{aligned} |A+B| &= \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 4 * [(3*2)-(0*0)] \\ &\quad - 0 * [(0*2)-(0*1)] \\ &\quad + 0 * [(0*0)-(3*1)] \\ &= 24 \end{aligned}$$

A+B 3x3